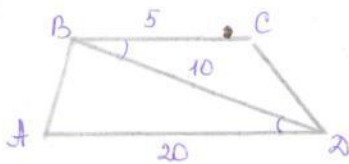


125



Дано: $ABCD$ - трапеция.

$BC=5$, $AD=20$, $BA=10$

Докажите, что $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Доказ-во: Рассмотрим $\triangle CBD$ и $\triangle BDA$:

$\angle BDA = \angle ABC$ (внутр. накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BD)

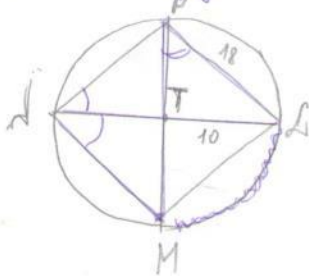
$$\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = k.$$

Получим, что $\triangle CBD \sim \triangle BDA$ по 2 пропорциональные стороны и углу между ними. \blacksquare

126

Задача

В выпуклом четырехугольнике PLM диагональ PL является биссектрисой угла PLM и пересекается с диагональю PM в точке T . Найдите $\angle T$, если известно, что около четырехугольника PLM можно описать окружность, $PL=18$, $TL=10$.



Решение

$\angle MTL = \angle PTL = \angle MLP$ (т.к. $\angle MTL$ и $\angle MLP$ - вписанные, которые опираются на одну дугу ML)

$\triangle PTL \sim \triangle LPT$ (по 2 углам, т.к. $\angle L$ - общий)

Поэтому стороны пропорциональны

$$\frac{PL}{LT} = \frac{LT}{LP} \quad \text{Пусть } LT=x, \text{ тогда}$$

$$\frac{18}{x+10} = \frac{10}{18}$$

$$10(x+10) = 18^2$$

$$10x+100 = 324$$

$$10x = 324-100$$

$$10x = 224$$

$$x = 22,4$$

$$x = 22,4$$

Ответ: 22,4.

121) Решите уравнение
 $(x-4)^4 - 4(x-4)^2 - 21 = 0$
 Обозначим $(x-4)^2 = t$
 $t^2 - 4t - 21 = 0$

По теореме обратной теореме Виета:
 $\begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 \cdot t_2 = -21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 7 \end{cases}$

Вернёмся к обозначению
 $(x-4)^2 = -3$ или $(x-4)^2 = 7$
 корней нет $x-4 = \sqrt{7}$ или $x-4 = -\sqrt{7}$
 $x_1 = \sqrt{7} + 4$ $x_2 = -\sqrt{7} + 4$

Ответ: $4 - \sqrt{7}$; $4 + \sqrt{7}$

122) Задача
 Два автомобиля одновременно отправятся в 660-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 11 км/ч больше, чем второй, и прибывает к финишу на 22 минуты второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение

I	v	t	S
	x	$\frac{660}{x}$	660
II	x-11	$\frac{660}{x-11}$	660

на 2 часа >, чем

Пусть $v_{1авт} = x$ км/ч, $t_{1авт} = \frac{660}{x}$ км/ч. Первый автомобиль дои в пути $\frac{660}{x}$, второй $\frac{660}{x-11}$. Зная, что первый прибывает к финишу на 22 мин позже, составим уравнение:

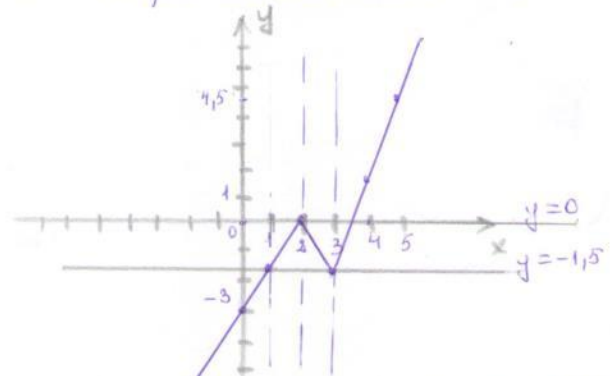
$\frac{660}{x-11} - \frac{660}{x} = 2 \cdot \frac{60}{60} \cdot x(x-11) \neq 0$
 $660x - 660(x-11) = 2x^2 - 22x$
 $660x - 660x + 7260 = 2x^2 - 22x$
 $2x^2 - 22x - 7260 = 0$ |:2
 $x^2 - 11x - 3630 = 0$

$$\begin{array}{r} 3630 \overline{) 5} \\ 363 \overline{) 3} \\ 121 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 11} \\ 1 \end{array} \quad 55 \cdot 66$$

По теореме обратной теореме Виета,
 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 \cdot x_2 = -3630 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -55 \text{ (не удовл. условию задачи)} \\ x_2 = 66 \end{cases}$. Значит v второго автомобиля 66 км/ч
 Ответ: 66 км/ч

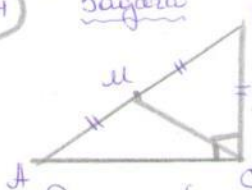
123) Постройте график функции
 $y = \begin{cases} 1,5x - 3 & \text{при } x < 2 \\ -1,5x + 3 & \text{при } 2 \leq x \leq 3 \\ 3x - 10,5 & \text{при } x > 3 \end{cases}$

Решение
 1) $y = 1,5x - 3$ - линейная функция при $x < 2$
 $\begin{array}{r} x | 0 | 1 \\ y | -3 | -1,5 \end{array}$
 2) $y = -1,5x + 3$ - линейная ф-я при $2 \leq x \leq 3$
 $\begin{array}{r} x | 2 | 3 \\ y | 0 | -1,5 \end{array}$
 3) $y = 3x - 10,5$ - линейная ф-я при $x > 3$
 $\begin{array}{r} x | 4 | 5 \\ y | 1,5 | 4,5 \end{array}$



с графиком Ответ: прямая $y = m$ имеет точки, при $m = -1,5$, $m = 0$ функции равно 2 абсциссы

124) Задача
 Дано:
 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$
 $AM = MB$
 $AB = 20$, $BC = 10$
 Найти: CM .



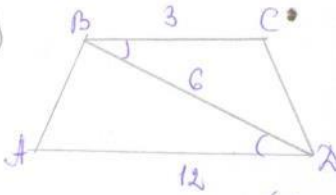
Решение (2 способ)
 Вспомогательный прямоугольный $\triangle ABC$ можно описать окружностью, причем AB - гипотенуза и диаметр $\Rightarrow AM = MB = MC = r = 10$

Ответ: 10.

Решение: (1 способ)
 $BC = \frac{1}{2} AB \Rightarrow \angle A = 30^\circ$, а $\angle B = 60^\circ$.
 $\triangle BMC$: $MB = BC = 10$, $\angle B = 60^\circ \Rightarrow$
 угол при основании $\triangle BMC$ равнен \Rightarrow
 $\angle M = \angle C = 60^\circ \Rightarrow \triangle BMC$ - равнобедренный \Rightarrow
 $MC = 10$.

Вариант 090210 Часть 2

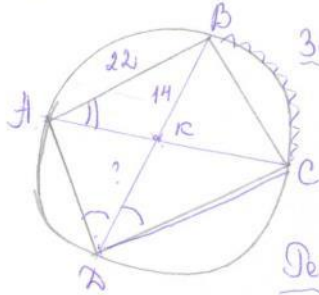
125



Дано: $ABCD$ - трапеция
 $BC=3$, $AD=12$, $BD=6$.
 Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$
 Док-во:

$\angle CBD = \angle ADB$ (внутренние накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BD)
 $\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = k \Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$ по 2 пропорциональные стороны и равным углам между ними. \square

126



Задача
 Дано: Четырёхугольник $ABCD$
 Диагональ AB - биссектриса $\angle ADC$
 $AC \cap DB = K$, $BK=14$, $AB=22$
 Найти: DK

Решение: $\angle BDC = \angle BDA = \angle BAC$ (п.к. вписанные углы $\angle BAC$ и $\angle BDC$ опираются на одну дугу BC)

$\triangle ABK \sim \triangle DBA$ (по 2 равным углам: $\angle B$ - общий)

$$\frac{AB}{KB} = \frac{BK}{AB}$$

Пусть $DK = x$, тогда

$$\frac{22}{x+14} = \frac{14}{22}$$

$$14(x+14) = 22^2$$

$$14x + 196 = 484$$

$$14x = 484 - 196$$

$$14x = 288$$

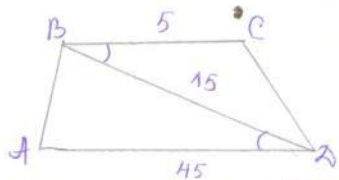
$$x = \frac{288}{14}$$

$$x = 20 \frac{8}{14} = 20 \frac{4}{7}, \text{ значит } DK = 20 \frac{4}{7}$$

$$\text{Ответ: } 20 \frac{4}{7}$$

Бақырау 090212 Тапсырма 2

№25



Дано, $ABCD$ - трапеция
 $BC = 5$ $BD = 15$ $AD = 45$

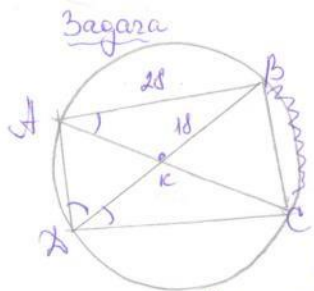
Докажем: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Доказ-во: $\angle CBD = \angle ADB$ (внутренние накрестовые при $BC \parallel AD$ и секущей BD)

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{DA} = \frac{5}{15} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3} = k, \text{ значит стороны пропорциональны}$$

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$ по 2 пропорциональные стороны и равную углу между ними.

№26



Дано, $ABCD$ - вписанный

$AB = 28$ $BC = 18$

AC - биссектриса $\angle A$

Найти DK .

Решение: $\angle BDC = \angle BDA = \angle BAC$ (т.к. вписанные углы $\angle BAC$ и $\angle BDC$ опираются на одну дугу BC)

$\triangle ABK \sim \triangle CBA$ (по 2 равным углам, т.к. $\angle B$ - общий)

$$\frac{AB}{KB} = \frac{BC}{AB}$$

Пусть $AK = x$, тогда

$$\frac{28}{x+18} = \frac{18}{28}$$

$$18(x+18) = 28^2$$

$$18x + 324 = 784$$

$$18x = 784 - 324$$

$$18x = 460$$

$$x = \frac{460}{18} = 25 \frac{10}{18} = 25 \frac{5}{9} \quad DK = 25 \frac{5}{9}$$

Ответ: $25 \frac{5}{9}$.

Вариант 090212 Часть 2

121) Решите уравнение
 $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$

Обозначим $(x-1)^2 = t$
 $t^2 - 2t - 3 = 0$ По теореме, обратной теореме Виета

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2 \\ t_1 \cdot t_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

Вернемся к обозначению

$(x-1)^2 = 3$ или $(x-1)^2 = -1$
 корней нет

$x-1 = \sqrt{3}$ или $x-1 = -\sqrt{3}$

$x_{1,2} = \sqrt{3} + 1$ $x_{2,2} = -\sqrt{3} + 1$

Ответ: $\sqrt{3} + 1$; $-\sqrt{3} + 1$

122) Задача

Два автомобиля одновременно отправляются в 930-км пробег. Первый едет со скоростью на 31 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 5 часов раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

	v	t	S
I	x	$\frac{930}{x}$	930
II	x-31	$\frac{930}{x-31}$	930

на 5 часов раньше

$$\frac{930}{x-31} - \frac{930}{x} = 5 \quad | \cdot x(x-31) \neq 0$$

$$930x - 930(x-31) = 5x^2 - 155x$$

$$930x - 930x + 28830 = 5x^2 - 155x$$

$$5x^2 - 155x - 28830 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 - 31x - 5766 = 0$$

По теореме, обратной теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 31 \\ x_1 \cdot x_2 = -5766 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -62 \\ x_2 = 93 \end{cases}$$

(не учитываем $x_1 = -62$)

Значит скорость первого автомобиля равна 93 км/ч

Ответ: 93 км/ч

123) Постройте график функции

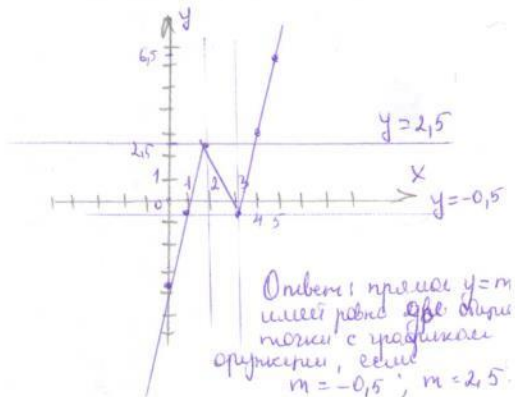
$$y = \begin{cases} 3x - 3,5 & \text{при } x < 2 \\ -3x + 8,5 & \text{при } 2 \leq x \leq 3 \\ 3,5x - 11 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

- $y = 3x - 3,5$ - линейная функция при $x < 2$

x	1	0
y	-0,5	-3,5
- $y = -3x + 8,5$ - линейная ф-я при $2 \leq x \leq 3$

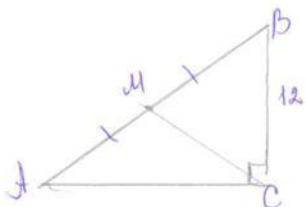
x	2	3
y	2,5	-0,5
- $y = 3,5x - 11$ - линейная ф-я при $x > 3$

x	4	5
y	3	6,5



Ответ: прямая $y = m$ имеет ровно две общие точки с графиком функции, если $m = -0,5$; $m = 2,5$.

124) Задача



Дано: $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$

$AM = MB$ $AB = 32$, $BC = 12$

Найти: CM

Решение: Около прямоугольного треугольника можно описать окружность, причем

AB будет гипотенузой и диаметром, так $\angle C = 90^\circ$ - вписанный и опирается на дугу 180°

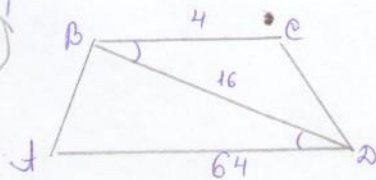
M - центр окружности

$AM = MB = MC = r = 32 : 2 = 16$

Ответ: 16.

Вариант 090211 Задача 2

125



Дано: $ABCD$ - трапеция
 $BC=4$ $BD=16$ $AD=64$

Доказать: $\triangle CBA \sim \triangle BDA$

Док-во:

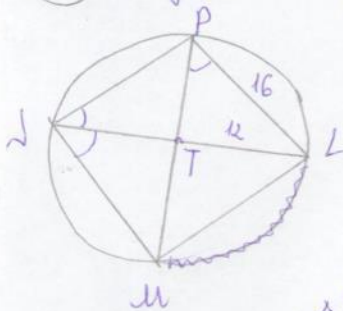
$\angle CBA = \angle DAB$ - внутренние накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BA

$$\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{AD} = \frac{4}{16} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} = k \quad \text{Получили:}$$

$\triangle CBA \sim \triangle BDA$ по 2 пропорциональным сторонам и равной углу между ними \square .

126

Задача



Дано: Четырёхугольник PLM

$\angle L$ - биссектриса $\angle PML$

$PL=16$ $TL=12$

Найти: $\angle T$

Решение:

$\angle MNL = \angle PNL = \angle MPL$ (так как $\angle MNL$ и $\angle MPL$ - вписанные и опираются на одну дугу)

$\triangle PNT \sim \triangle LPT$ (по двум углам, $\angle T$ - общий)

Составим пропорции пропорциональности.

$$\frac{PL}{NL} = \frac{LT}{LP} \quad \text{Пусть } \angle T = x, \text{ тогда}$$

$$\frac{16}{x+12} = \frac{12}{16}$$

$$12(x+12) = 16^2$$

$$12x + 144 = 256$$

$$12x = 112$$

$$x = \frac{112}{12}$$

$$x = 9 \frac{4}{12} = 9 \frac{1}{3} \quad \text{Значит } \angle T = 9 \frac{1}{3}$$

Ответ: $9 \frac{1}{3}$.

121) Решите уравнение

$$(x-3)^4 - 3(x-3)^2 - 10 = 0$$

Обозначим $(x-3)^2 = t$

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

По теореме, обратной теореме Виета
Вернемся к обозначенному
 $(x-3)^2 = 5$ или $(x-3)^2 = -2$
корней нет

$$x-3 = \sqrt{5} \text{ или } x-3 = -\sqrt{5}$$

$$x_1 = \sqrt{5} + 3 \quad x_2 = -\sqrt{5} + 3$$

Ответ: $\sqrt{5} + 3; -\sqrt{5} + 3$.

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 3 \\ t_1 \cdot t_2 = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

122) Задача

Два автомобиля отправляются одновременно в 840-км пробег. Первый едет со v на 4 км/ч быстрее, чем второй, и прибавляет к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля

I	v	t	S	на 1 час раньше
II	$x-4$	$\frac{840}{x-4}$	840	

$$\frac{840}{x-4} - \frac{840}{x} = 1$$

$$840x - 840(x-4) = x(x-4)$$

$$840x - 840x + 3360 = x^2 - 4x$$

$$x^2 - 4x - 3360 = 0$$

По теореме, обратной теореме Виета
 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -3360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 60 \\ x_2 = -56 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 3360 \overline{) 5} \\ \underline{336} \\ 112 \\ \underline{112} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

60
56

Значит скорость первого автомобиля = 60 км/ч
Ответ: 60 км/ч

123) Постройте график функции

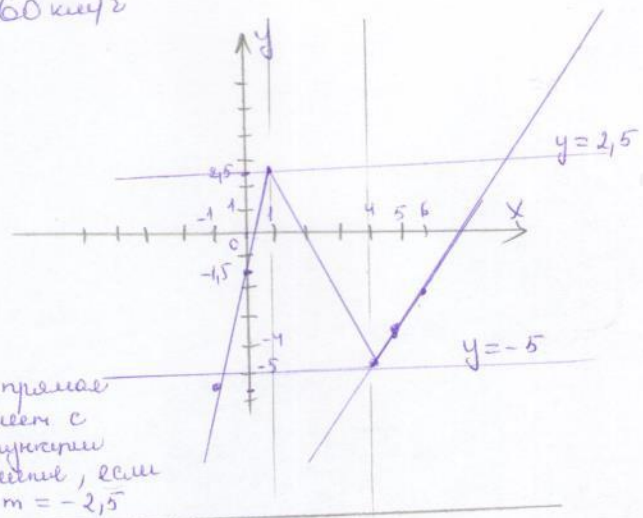
$$y = \begin{cases} 4x - 1,5 & \text{при } x < 1 \\ -2,5x + 5 & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \\ x - 9 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

- $y = 4x - 1,5$ - линейная функция при $x < 1$

x	0	1
y	-1,5	-5,5
- $y = -2,5x + 5$ - линейная функция при $1 \leq x \leq 4$

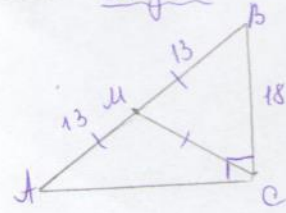
x	1	4
y	2,5	-5
- $y = x - 9$ - линейная функция при $x > 4$

x	5	6
y	-4	-3



Ответ: прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно два решения, если $m = -5; m = -2,5$

124) Задача



Дано: $\triangle ABC \angle C = 90^\circ$
 $AM = MB \quad AB = 26 \quad BC = 18$
 Найти: MC

Решение: Около прямоугольного треугольника можно описать окружность, причем AB - гипотенуза и диаметр, так $\angle C = 90^\circ$ вписанный, опирается на дугу $= 180^\circ$

$$AM = MB = MC = \frac{AB}{2} = 13$$

Ответ: 13.

Вариант 090210 Часть 2

121) Решите уравнение:
 $(x+4)^4 - 6(x+4)^2 - 7 = 0$

Обозначим $(x+4)^2 = t$

$t^2 - 6t - 7 = 0$

По теореме, обратной теореме Виета $\begin{cases} t_1 + t_2 = 6 \\ t_1 \cdot t_2 = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 7 \\ t_2 = -1 \end{cases}$

Вернемся к обозначенному
 $(x+4)^2 = -1$ или $(x+4)^2 = 7$

корней нет $x+4 = \sqrt{7}$ или $x+4 = -\sqrt{7}$
 $x_1 = \sqrt{7} - 4$ $x_2 = -\sqrt{7} - 4$

Ответ: $\sqrt{7} - 4$; $-\sqrt{7} - 4$.

122) Задача Два автомобиля одновременно отправляются в 980-км путь. Первый едет со скоростью 28 км/ч большей, чем второй и прибавляет к скорости на 4 км/ч раньше второго. Найдите v_1 автомобиля.

Решение

	v	t	S
I	x	$\frac{980}{x}$	980
II	$x - 28$	$\frac{980}{x - 28}$	980

на 4 ч раньше

$\frac{980}{x - 28} - \frac{980}{x} = 4$ $x(x - 28) \neq 0$

$980x - 980(x - 28) = 4x^2 - 112x$

$4x^2 - 112x - 980x + 980 \cdot 28 - 27440 = 0$

$4x^2 - 112x - 27440 = 0 \quad | :4$

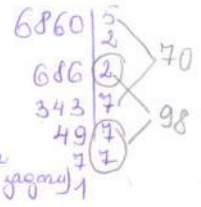
$x^2 - 28x - 6860 = 0$

По теореме обратной теореме Виета

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 28 \\ x_1 \cdot x_2 = -6860 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -70 \text{ (не подходит)} \\ x_2 = 98 \end{cases}$

Значит $v_1 = 98$ км/ч

Ответ: 98 км/ч



123) Постройте график функции

Решение

1) $y = 2,5x - 1$ - линейная функция при $x < 1$

x	0	-1
y	-1	$-3,5$

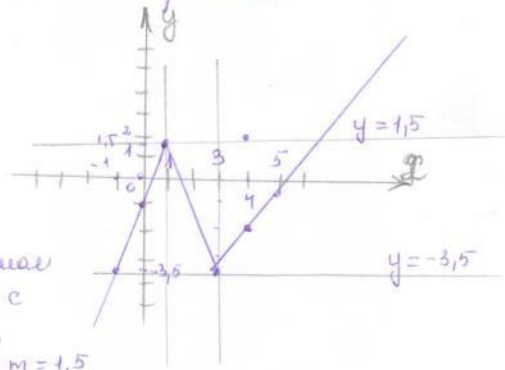
2) $y = -2,5x + 4$ - линейная функция при $1 \leq x \leq 3$

x	1	3
y	$1,5$	$-3,5$

3) $y = 1,5x - 8$ - линейная функция при $x > 3$

x	4	5
y	-4	$-0,5$

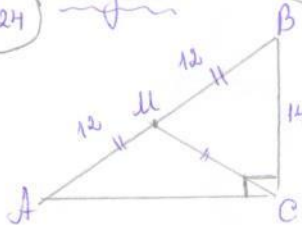
$y = \begin{cases} 2,5x - 1 & \text{при } x < 1 \\ -2,5x + 4 & \text{при } 1 \leq x \leq 3 \\ 1,5x - 8 & \text{при } x > 3 \end{cases}$



Ответ: прямая

$y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m = -3,5$; $m = 1,5$

124) Задача



Дано: $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$
 $AM = MB$ $AB = 24$ $BC = 14$
 Найти: CM

Решение: Около любого прямоугольного треугольника можно описать окружность, причем AB - гипотенуза m к $\angle C$ - вписанный ($\angle C = 90^\circ$, значит опирается на дугу 180°)

помощью: M - центр описанности

$AM = MB = MC = r = 24 : 2 = 12$

Ответ: 12.